

TD n°0 – Reconnaissance de lois

Pour les exercices 6) à 9), donner dans chacun des cas le nom de la loi, ses paramètres, et l'expression :

- de $P(X = k)$ dans le cas d'une loi discrète,
- de la densité de probabilité associée à X pour une loi continue.

Exercice 1

Une variable aléatoire X suit la loi $\mathcal{N}(0, 1)$. Calculer :

- 1) $P(-1.96 < X)$,
- 2) $P(-1.96 < X < 1.96)$,
- 3) $P(X > 1.96)$.

Exercice 2

Une variable aléatoire X suit la loi $\mathcal{N}(3, 2)$. Calculer :

- 1) $P(1 \leq X \leq 2)$,
- 2) $P_{X < 3}(1 \leq X \leq 4)$.

Exercice 3

On a constaté que la répartition du taux de cholestérol pour un grand nombre de personnes est la suivante :

- Taux inférieur à 165 cg : 58%
 - Taux compris entre 165 cg et 180 cg : 38%
 - Taux supérieur à 180 cg : 4%
- 1) Sachant que la répartition suit une loi normale, calculer la valeur moyenne du taux de cholestérol dans la population et son écart-type.
 - 2) On admet que les personnes dont le taux est supérieur à 183 cg doivent suivre un traitement. Quel est le nombre de personnes à soigner dans une population de 100 000 personnes ?

Exercice 4

Une machine fabrique des résistances électriques dont la valeur en ohms est une variable aléatoire R qui suit la loi $\mathcal{N}(100, 3)$. Une seconde machine fabrique des résistances dont la valeur en ohms est une variable aléatoire R' qui suit la loi $\mathcal{N}(200, 4)$.

- 1) Quelle est la loi suivie par la résistance obtenue en montant en série deux résistances prélevées aléatoirement dans les productions respectives de la première et de la seconde machine ?
- 2) Quelle est la probabilité qu'une telle résistance soit comprise entre 290 et 305 ohms ?

Exercice 5

On mesure la taille en cm de 2500 hommes. La distribution obtenue suit une loi de Laplace-gauss de moyenne $\mu = 175$ cm et d'écart-type $\sigma = 6$ cm.

- 1) Calculer le pourcentage d'hommes dont la taille est :
 - a) inférieure à 159 cm,
 - b) supérieure à 178 cm.
- 2) De part et d'autre de la valeur moyenne, quelles sont les tailles qui limitent un effectif représentant 60% de la population ?

Exercice 6

On lance une pièce de monnaie truquée 8 fois. La probabilité d'obtenir "Pile" lors d'un lancer est le quart de la probabilité d'obtenir "Face".

- 1) Quelle est la loi de la variable "nombre de Faces obtenues" ?
- 2) Quelle est la probabilité d'obtenir plus de 5 fois "Face" ?

Exercice 7

Une personne qui part tôt le matin pour se rendre à son travail prend régulièrement un café entre 8h et 8h30 avant de commencer à travailler. Déterminer la loi de la variable "heure à laquelle la personne prend son café".

- 1) Calculer la probabilité que la personne prenne son café un jour donné avant 8h12.
- 2) Le lendemain, la personne n'a pas encore pris son café à 8h22. Calculer la probabilité qu'elle le prenne entre 8h22 et 8h30.

Exercice 8

On étudie le fonctionnement du service d'accueil d'un magasin.

- 1) On admet que le nombre X de clients se présentant à l'accueil sur une durée d'une heure suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 8$. Caractériser la loi en question. Calculer la probabilité que 5 clients au moins s'adressent à ce service pendant une heure donnée.
- 2) Dans ce même service, la durée Y de traitement d'un client suit une loi exponentielle $\mathcal{E}(\mu)$ de moyenne 10 minutes. Calculer μ . Calculer les probabilités $P(Y \leq 8 \text{ min})$ et $P\left(Y > \frac{1}{4} h\right)$.
- 3) Le service d'accueil a-t-il des risques de s'engorger ?

Exercice 9

La durée de vie d'une certaine variété d'insectes suit une loi normale de paramètres m et σ . Le pourcentage d'insectes dont la durée de vie est supérieure à 31 jours est 11.90 % ; ceux dont la durée de vie est inférieure à 25 jours représentent 37.45 % de la population.

- 1) Calculer les paramètres m et σ .
- 2) Déterminer l'intervalle centré sur la moyenne contenant 95% de la population étudiée.