

Théorie des langages et automates

TD 6

Automates à pile

Exercice 1 Soit un automate à pile $P = (\{p, q\}, \{0, 1\}, \{Z_0, X\}, \delta, q, Z_0, \{p\})$ ci-dessous.

$$\delta(q, 0, Z_0) = \{(q, XZ_0)\}$$

$$\delta(q, 0, X) = \{(q, XX)\}$$

$$\delta(q, 1, X) = \{(q, X)\}$$

$$\delta(q, \epsilon, X) = \{(p, \epsilon)\}$$

$$\delta(p, \epsilon, X) = \{(p, \epsilon)\}$$

$$\delta(p, 1, X) = \{(p, XX)\}$$

$$\delta(p, 1, Z_0) = \{(p, \epsilon)\}$$

Dessinez le diagramme de transition de cet automate et montrez toutes les étapes de calcul pour chaque mot d'entrée :

1. 01.
2. 0011.
3. 010.

Exercice 2 Construisez un automate à pile pour accepter chacun des langages suivants (par pile vide ou par état final).

1. $\{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$.
2. $\{0^m 1^n \mid m > n \geq 1\}$.
3. $\{0^m 1^n \mid n > m \geq 1\}$.

Exercice 3 Construisez un automate à pile pour accepter chacun des langages suivants (par pile vide ou par état final).

1. $\{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ ou } j = k\}$.
2. $\{a^i b^j c^k \mid i \neq j \text{ ou } j \neq k\}$.

Exercice 4 Soit un automate à pile $P = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, f\}, \{a, b\}, \{Z_0, A, B\}, \delta, q_0, Z_0, \{f\})$ ci-dessous.

$$\begin{array}{lll} \delta(q_0, a, Z_0) = \{(q_1, AAZ_0)\} & \delta(q_0, b, Z_0) = \{(q_2, BZ_0)\} & \delta(q_0, \epsilon, Z_0) = \{(f, \epsilon)\} \\ \delta(q_1, a, A) = \{(q_1, AAA)\} & \delta(q_1, b, A) = \{(q_1, \epsilon)\} & \delta(q_1, \epsilon, Z_0) = \{(q_0, Z_0)\} \\ \delta(q_2, a, B) = \{(q_3, \epsilon)\} & \delta(q_2, b, B) = \{(q_2, BB)\} & \delta(q_2, \epsilon, Z_0) = \{(q_0, Z_0)\} \\ \delta(q_3, \epsilon, B) = \{(q_2, \epsilon)\} & \delta(q_3, \epsilon, Z_0) = \{(q_1, AZ_0)\} & \end{array}$$

Montrez toutes les étapes de calcul pour chacun des mots d'entrée suivants :

1. bab .
2. abb .
3. b^7a^4 .

Exercice 5 Convertissez la grammaire hors-contexte ci-dessous en automate à pile.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow 0S1 \mid A \\ A &\rightarrow 1A0 \mid S \mid \epsilon \end{aligned}$$

Exercice 6 Convertissez l'automate à pile $P = (\{p, q\}, \{0, 1\}, \{X, Z_0\}, \delta, q, Z_0, \{p\})$ ci-dessous en grammaire hors-contexte.

$$\begin{aligned} \delta(q, 1, Z_0) &= \{(q, XZ_0)\} \\ \delta(q, 1, X) &= \{(q, XX)\} \\ \delta(q, 0, X) &= \{(p, X)\} \\ \delta(q, \epsilon, X) &= \{(q, \epsilon)\} \\ \delta(p, 1, X) &= \{(p, \epsilon)\} \\ \delta(p, 0, Z_0) &= \{(q, Z_0)\} \end{aligned}$$