



#### Exercice 4

Deux amis se trouvent dans la queue à l'entrée d'un restaurant self-service, sans nécessairement être l'un derrière l'autre. On considérera les personnes autres que les deux amis comme étant indiscernables. La queue comporte  $n$  personnes alignées.

- 1) Combien y-a-t-il de cas possibles ?
- 2) Combien y-a-t-il de cas où les deux amis sont séparés par exactement  $r$  personnes ?

#### Exercice 5

Un ascenseur dessert les 12 étages d'un immeuble. Au rez-de-chaussée, l'ascenseur est vide et 10 personnes y entrent. On suppose que personne ne monte dans l'ascenseur aux différents étages atteints. Lorsqu'il parvient au 8<sup>ème</sup> étage, il est vide.

Déterminer de combien de façons les 10 personnes qui ont pris cet ascenseur peuvent s'être réparties entre les étages.

#### Exercice 6

Les douze tomes d'une encyclopédie sont placés au hasard.

- 1) Combien y-a-t-il de manières de les placer ?
- 2) Parmi ces classements, combien y-en-a-t-il où les tomes 1 et 2 se trouvent côte à côte dans cet ordre ?

#### Exercice 7

Un réseau de téléphonie mobile comporte des numéros à 10 chiffres dont les deux premiers sont imposés. On ne raisonnera donc que sur les 8 chiffres restants. Ces 8 chiffres sont pris dans l'ensemble  $\llbracket 0,9 \rrbracket$ . Dénombrer les numéros comportant :

- 1) 8 chiffres différents,
- 2) 8 chiffres dont le produit est divisible par 2,
- 3) deux fois le 1, deux fois le 4, 3 fois le 5 et une fois le 8,
- 4) deux chiffres se répétant 4 fois,
- 5) un chiffre apparaissant 4 fois, les autres 1 fois,
- 6) 8 chiffres formant une suite strictement croissante,
- 7) 8 chiffres formant une suite croissante.

#### Exercice 8

Dans une entreprise, le comité d'entreprise comprend 5 délégués du personnel et 4 personnes de la direction. De combien de manières peut-on former un sous-comité comprenant 3 délégués du personnel et 2 membres de la direction ?

#### Exercice 9

Un représentant s'apprête à visiter 5 de ses clients. De combien de façons peut-il faire cette série de visites :

- 1) s'il les fait toutes le même jour ?
- 2) s'il en fait trois un jour et deux le lendemain ?

### Exercice 10

On achète 6 pièces mécaniques indiscernables destinées à des ateliers numérotés. Comment peut-on les répartir :

- 1) s'il y a 6 ateliers et si elles doivent être placées chacune dans un atelier différent ?
- 2) s'il y a 3 ateliers, chacun recevant deux pièces ?
- 3) s'il y a 4 ateliers, deux recevant deux pièces et deux autres une seule pièce ?

### Exercice 11

On dispose de 5 outils identiques et de 7 casiers numérotés susceptibles de les recevoir.

On suppose que chaque casier peut contenir jusqu'à 5 outils. Déterminer :

- 1) le nombre de façons de placer les 5 outils dans les 7 casiers d'une façon quelconque,
- 2) le nombre de façons de placer les 5 outils dans les 7 casiers, avec au maximum un outil par casier.

### Exercice 12

On considère deux revues A et B. Sur 20 personnes, 10 lisent au moins A, 8 lisent au moins B et 3 lisent les A et B. De combien de façons différentes peut-on choisir 5 personnes parmi les 20 si :

- 1) chacune des 5 personnes lit au moins une revue ?
- 2) trois d'entre elles lisent uniquement A, les deux autres lisant uniquement B ?
- 3) trois d'entre elles au moins lisent A ?

### Exercice 13

Une association, comprenant 20 membres dont 12 hommes et 8 femmes, désire former un comité de 5 personnes, dans lequel doivent se trouver au moins 2 hommes et 2 femmes. Dénombrer les comités que l'on peut former dans chacun des cas suivants :

- 1) Chaque membre de l'association accepte d'en faire partie,
- 2) Deux des hommes refusent d'en faire partie,
- 3) Mr A et Mme B refusent de siéger ensemble.

### Exercice 14

Démonstration de la formule donnant le nombre de combinaisons avec répétition  $K_n^p$  :

- 1) Calculer les premières valeurs  $K_n^1, K_n^2, K_n^3$ .
- 2) Montrer que, si l'on écrit toutes les combinaisons avec répétition de  $p$  éléments de  $E$ , un élément donné  $x$  (quelconque) est écrit  $\frac{p}{n} * K_n^p$  fois.
- 3) Montrer que le nombre de combinaisons avec répétition de  $p$  éléments contenant  $x$  au moins une fois est égal à  $K_n^{p-1}$ ,
- 4) Montrer que  $\frac{p}{n} * K_n^p = K_n^{p-1} + \frac{p-1}{n} * K_n^{p-1}$ . En déduire l'expression de  $K_n^p$ .

### Exercice 15

Démontrer les deux formules suivantes :

- 1)  $\binom{n}{p} = \binom{n-1}{p-1} + \binom{n-2}{p-1} + \dots + \binom{p}{p-1} + \binom{p}{p}$
- 2)  $\sum_{i=0}^n \binom{n}{i}^2 = \binom{2n}{n}$  On pourra ici utiliser la formule du binôme de Newton.