

Théorie des langages et automates

TD 5

Simplification et formes normales de grammaires hors-contexte

Exercice 1 Générez une grammaire hors-contexte sans symboles inutiles à partir de la grammaire ci-dessous.

$$S \rightarrow AB \mid CA$$

$$A \rightarrow a$$

$$B \rightarrow BC \mid AB$$

$$C \rightarrow aB \mid b$$

Exercice 2 Soit la grammaire :

$$S \rightarrow ASB \mid \epsilon$$

$$A \rightarrow aAS \mid a$$

$$B \rightarrow SbS \mid A \mid bb$$

1. Éliminez tous les symboles inutiles si nécessaire.
2. Éliminez toutes les ϵ -productions dans la grammaire résultante.
3. Éliminez toutes les productions unitaires dans la grammaire résultante.

Exercice 3 Répétez l'exercice 2 pour la grammaire ci-dessous.

$$S \rightarrow 0A0 \mid 1B1 \mid BB$$

$$A \rightarrow BC$$

$$B \rightarrow S \mid A$$

$$C \rightarrow S \mid \epsilon$$

Exercice 4 Répétez l'exercice 2 pour la grammaire ci-dessous.

$$S \rightarrow AAA \mid B$$

$$A \rightarrow a \mid aA \mid B$$

$$B \rightarrow b \mid bBB \mid \epsilon$$

Exercice 5 Simplifiez la grammaire ci-dessous.

$$S \rightarrow SaS \mid aAa \mid bBb \mid A$$

$$A \rightarrow B \mid aB$$

$$B \rightarrow C \mid b$$

$$C \rightarrow CDE \mid \epsilon$$

$$D \rightarrow A \mid B \mid ab$$

Exercice 6 Mettez toute grammaire résultante en forme normale de Chomsky.

Exercice 7 Proposez une grammaire hors-contexte qui permet d'engendrer le langage reconnu par l'expression régulière $(\mathbf{a} + \mathbf{b})^*\mathbf{a}(\mathbf{a} + \mathbf{b})^*(\mathbf{c} + \mathbf{d})^*$, puis la mettez en forme normale Chomsky.

Exercice 8 Est-il possible de trouver, pour tout langage non contextuelle sans ϵ , une grammaire telle que toute production est de la forme :

$$A \rightarrow BCD$$

$$A \rightarrow a$$

où A, B, C, D sont des variables et a est un terminal. Donnez une preuve si votre réponse est Oui, sinon donnez un contre-exemple.