

Théorie des langages et automates

TD 3

Expressions régulières

Exercice 1 Prouvez les énoncés suivants sur les expressions régulières ou trouvez des contre-exemples.

1. $R + S = S + R$
2. $(R^*)^* = R^*$
3. $(R + S)^* = R^* + S^*$
4. $(R + S)^* = (R^* + S^*)^*$
5. $R + SR = (R + S)R$

Exercice 2 Considérons l'automate fini déterministe ci-dessous :

	0	1
$\rightarrow q_1$	q_2	q_1
q_2	q_3	q_1
$*q_3$	q_3	q_2

1. Donnez les expressions régulières $R_{i:j}^{(0)}$.
2. Donnez les expressions régulières $R_{i:j}^{(1)}$.
3. Donnez les expressions régulières $R_{i:j}^{(2)}$.
4. Donnez une expression régulière pour le langage de cet automate par construire $R_{1:3}^{(3)}$.
5. Donnez une expression régulière pour le langage de cet automate par éliminer l'état q_2 .

Exercice 3 Convertissez l'automate fini déterministe ci-dessous en expression régulière par l'élimination d'états.

	0	1
$\rightarrow *p$	s	p
q	p	s
r	r	q
s	q	r

Exercice 4 Convertissez les expressions régulières en automates finis déterministes.

1. 01^* .
2. $(0 + 1)01$.
3. $00(0 + 1)^*$.

Exercice 5 Réalisez un algorithme qui prend un automate fini déterministe A et calcule le nombre de mots de la longueur n acceptés par A .

Exercice 6 Pour chaque langage L ci-dessous, prouvez si L est régulier ou non régulier.

1. L est le langage contenant tous les mots ayant le même nombre de 0 et de 1 (dans n'importe quel ordre).
2. L est le langage contenant tous les mots dans $\{0, 1\}^*$ à l'exception des mots contenant la suite 01111110.
3. L est le langage $\{0^n 10^n \mid n \geq 1\}$.